FELSEFE ARKİVİ

Yazı Kurulu : **İsmail Tunalı, Nihat Keklik**
M. Münir Aktepe

Sayı : 22 - 23

Edebiyat Fakültesi Matbaası
İSTANBUL
1981

İÇİNDEKİLER

NİHAT KEKLİK
TÜRK-İSLÂM FİLOZOFU İBN SİNA (980-1037)
HAYATI VE ESERLERİ 1-53

HİLMİ ZİYA ÜLKEN
İBN SİNA'NIN FELSEFESİ 55-82

İSMAİL TUNALI
'SOYUT'UN SANATTAKİ ANLAMI 83-92

ERHARD OESER
WISSENSCHAFTSTHEORIE
Ursprung, Entwicklung und gegenwärtige Situation 93-117

ERHARD OESER
BİLİM TEORİSİ
Çıkış, Gelişme, Şimdiki Durum 119-141

ULUĞ NUTKU
LEIBNIZ'İN MONADLAR TEORİSİNİN TARİHÎ ÖNEMİ 143-159

TEOMAN DURALI
BİYOLOJİ FELSEFESİNE GİRİŞ DENEMESİ 161-184

AKIN ETAN
NICOLAI HARTMANN'IN ONTOLOJİSİNDE KATAGORİLER
VE «REAL DETERMİNATİON» SORUNU 185-206

MAHMUT KAYA
ARİSTOTELES'İN AHLÂK VE SİYÂSET FELSEFESİNİN
İSLÂM DÜNYASINA YANSIMASI 207-243

BEKİR KARLIĞA
PYTHAGORASÇI FELSEFENİN TÜRK-İSLÂM
FELSEFESİNE YANSIMASI 245-279

ŞAFAK URAL
LUKASIEWICZ-TARSKI NOTASYONU 281-288

NEJAT BOZKURT
HEGEL ESTETİK'İNE GENEL BİR BAKIŞ 289-299

TEOMAN DURALI
JEAN PIAGET 301-303

LUKASİEWİCZ - TARSKİ NOTASYONU

Şafak Ural

Lukasiewicz - Tarski notasyonuna* göre mantık ifadelerini parantezsiz olarak yazmak mümkünüdür**. Bu natosyona göre bir ifadeyi parantez kullanmadan yazmak için, herhangi iki ifade arasında yapılacak işlemi gösteren operatör, bu iki ifadenin soluna yazılır. Matematikten bir örnek verirsek :

a + b
yerine
+ ab

yazılır. Bu prensipten hareket ederek,

a — (a + b)
ifadesi
— a + ab

şeklinde yazılır.

Mantıkta, temsilci harfler arasında işlem yapmaya yarayan önerme - eklemleri Lukasiewicz - Tarski (kısaca LT) notasyonunda

---

* Bu notasyon, 1924 yılında Jan Lukasiewicz isimli Polanyalı bir mantıkcı tarafından geliştirilmiştir. Fakat, böyle bir notasyonun kurulması fikri, Lukasiewicz'in de belirttiği gibi (Nidditch 1960, S. 35), yine Polanyalı bir mantıkcı olan Alfred Tarski'ye aittir.

** Peano-Russell notasyonuna göre de mantık ifadelerini parantezsiz olarak yazmak mümkündür. Bu notasyonda parantez yerine nokta kullanılır ve parantezlerin simetrik olma özelliklerinden yararlanılır.

birer sembolle temsil edilirler. Uluslararası kabule göre bu semboller :

$\sim p$; Np
$p \wedge q$; Kpq
$p \rightarrow q$; Cpq
$p \vee q$; Apq
$p \leftrightarrow q$; Epq

şeklindedir. Bu sembolleri kullanarak,

$(q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$

şeklindeki bir ifade, LT notasyonuna göre,

CCqrCpr

olarak yazılır. Fakat parantezlerin yeri değişik olsaydı,

$q \rightarrow [r \rightarrow (p \rightarrow r)]$
ifadesinin
CqCrCpr

şeklinde yazılması gerekirdi. Eğer ifadede değilleme de varsa, örneğin :

$\sim (p \vee q) \leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$
ifadesi
ENApqKNpNq

şeklini alır. Görüldüğü gibi, değilleme tek bir temsilci harfe aitse, onun hemen solunda yer almaktadır. Halbuki, değillemenin dışında kalan semboller, *iki ifade* arasında yapılacak işleme işaret etmektedir. Genelliği en büyük olan sembol (bu son örnekte 'E' sembolü) en sola yazılmaktadır. Yapılan işlemler, aşağıdaki örnekten adım adım izlemek suretiyle daha açık olarak görülebilir :

$[(p \wedge q) \rightarrow r] \rightarrow [(\sim r \wedge q) \rightarrow \sim p]$

Bir ifadeyi LT notasyonuna göre yazmak için sağ taraftan başlamak yerinde olur. Yani,

$\sim q$ yerine Np

yazıldıktan sonra,

$\sim r \wedge q$ yerine KNrq

yazılır. Daha sonra, sağdaki köşeli parantez içinde kalan bu iki ifade 'ise' eklemi ile birbirine bağlanırsa

CKNrqNp

elde edilir. Aynı şekilde soldaki köşeli parantezin içi de dönüştürülür. Yani :

CKpqr

yazılır. Daha sonra, köşeli parantezlerin oluşturduğu bu iki ana ifadeyi birbirine bağlayan eklemi temsil eden sembol ('ise' eklemi) en sola yazılırsa, yukarıdaki ifade,

CCKpqrCKNrqNp

şekline getirilir.

Aynı işlemler tersinden de uygulanabilir. Yani, LT notasyonuna göre yazılmış bir ifade prantezli hale dönüştürülebilir. Böyle bir dönüştürmeyi yaparken de yine sağ taraftan başlamak yerinde olur. Örneğin :

CCKpNqNrCKprq

şeklindeki bir ifadenin sağındaki kısım, yani,

CKprq

ifadesi sağdaki ilk bileşendir ve,

$(p \wedge r) \rightarrow q$

şeklinde yazılması gerekir. Diğer bileşen ise,

CKpNqNr

olup,

$(p \wedge \sim q) \rightarrow \sim r$

şeklini alır. Bu iki bileşen birbirine en soldaki 'ise' eklemiyle bağlanmıştır. Yani ifadenin tamamını;

$[(p \wedge \sim q) \rightarrow \sim r] \rightarrow [(p \wedge r) \rightarrow q]$

şeklinde yazmak gerekir.

LT notasyonunu niceleyicileri de içine alacak şekilde kullanmak mümkündür. Yukarıda verilen kurallar çerçevesinde kalarak, örneğin;

$\forall xFx \leftrightarrow \sim \exists x \sim Fx$

ifadesi

$E \forall xFxN \exists xNFx$

şeklini alır. LT notasyonuna göre yazılmış örneğin,

$E \forall xCFx \exists yKGyAHyHxA \exists xKGxHxN \exists xFxK \exists xGx \forall xCFxHx$

ifadesi,

$$\forall x \left\{ Fx \rightarrow \exists y[Gy \wedge (HyvHx)] \right\} \leftrightarrow \left\{ [\exists x(Gx \wedge Hx) \vee \sim \exists xFx] \right.$$

$$v[\exists xGx \wedge \forall x(Fx \rightarrow Hx)] \left. \right\}$$

şekline dönüştürülür.

LT notasyonu yalnızca bir sembolleştirme aracı olmayıp, çeşitli mantık işlemlerini yaparken de kullanılabilir*.Böylece hesaplarda bir ekonomi sağlanabilir. Bunun için bilinen 'doğruluk toblosu', yani;

---

* Nitekim, baştan sona kadar LT notasyonu ile yazılmış (örneğin, Prior, 1962) mantık kitapları vardır.

p	q	$p \wedge p$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Yerine

K	1	0
1	1	0
0	0	0

tablosunu ve buradan :

K11 = 1
K10 = 0
K01 = 0
K00 = 0

ifadesini,

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Yerine

A	1	0
1	1	1
0	1	0

tablosunu ve buradan :

A11 = 1
A10 = 1
A01 = 1
A00 = 0

ifadesini,

p	q	$p \rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Yerine

C	1	0
1	1	0
0	1	1

tablosunu ve buradan :

C11 = 1
C10 = 0
C01 = 1
C00 = 1

ifadesini,

p	q	$p \leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Yerine

	1	0
1	1	0
0	0	1

tablosunu ve buradan :

E11 = 1
E10 = 0
E01 = 0
E00 = 1

ifadesini,

gözönüne almak faydalıdır. Böylece, aşağıdaki ifadelerden yararlanarak sözgelimi :

$$(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p) \qquad \text{yani} \qquad ACpqCqp$$

ifadesinin doğruluk değerini bulalım :

p=1 , q=1	için	ACpqCqp	ifadesi,	AC11C11 = A11 = 1
p=1 , q=0	»	»	»	AC10C01 = A01 = 1
p=0 , q=1	»	»	»	AC01C10 = A10 = 1
p=0 , q=0	»	»	»	AC00C00 = A11 = 1

Sonuç kısmını gösteren sağ taraf 'hep doğru' değerini aldığı için, sözkonusu olan ifadenin bir totoloji olduğu anlaşılır.

Bu işlem, soldaki tabloyu (her önerme eklemi için ezbere bilindiği için) tamamen terk etmek suretiyle de yapılabilir :

ECANqppCpNKqNp

ifadesinin doğruluk değeri :

ECAN111C1NK1N1=ECA011C1NK10=EC11C1N0=E1C11=E11=1
ECAN011C1NK0N1=ECA111C1NK00=EC11C1N0=E1C11=E11=1
ECAN100C0NK1N0=ECA000C0NK11=EC00C0N1=E1C00=E11=1
ECAN000C0NK0N0=ECA100C0NK00=EC10C0N0=E0C00=E01=0

Şeklinde belirlenir. Yani bu ifade, (bir yanlış değer bulunduğundan) geçersiz ama tutarlıdır.

Bu yönteme göre bir ifadenin doğruluk değeri tayin edilirken dikkat edilecek ilk önemli nokta, 'değilleme' işaretinin etki alanıdır. Sağdan sola doğru giderken, eğer 'değilleme' işareti tek bir temsilci harfe aitse (yani parantez önünde değilse), ilk adımda bu temsilci harfin 'doğruluk değeri'ni değiştirmeli ve 'değilleme' işareti elenmelidir. Eşitliğin sağına yazılan sonraki adımda, iki temsilci harf arasında yer alan önerme ekleminin değeri bulunmalı ve böylece bu önerme eklemi elenmelidir. Bu elemenin sonucunda bir temsilci harfin solunda 'değilleme' işareti gelirse yukarıdaki işlem tekrarlanmalıdır. Bütün önerme - eklemleri (ve 'değilleme' işaretleri) elendiğinde, verilen ifadenin doğruluk değeri de bulunmuş olur.

İçinde ikiden fazla temsilci harfin geçtiği ifadelerin doğruluk değerinin bulunmasına kullanılan Quine Metoduna da LT notasyonunun uygulamak mümkündür :

CAKpqKNpNrEqr

(i) CAK1qKN1NrEqr
(ii) CAq0Eqr
(iii) CqEqr
(iv) C1E1r
(v) C1r
(vi) r
(vii) 1
(viii) 0
(ix) C0E0r
(x) 1
(xi) CAK0qKN0NrEqr
(xii) CA0NrEqr
(xiii) CNrEqr
(xiv) CN1Eq1
(xv) C0q
(xvi) 1
(xvii) CN0Eq0
(xviii) C1Eq0
(xix) Eq0
(xx) E10
(xxi) 0
(xxii) E00
(xxiii) 1

Görüldüğü gibi, gerek yapılan sadeleştirmeler ve gerekse şema olarak Quine Metodu aynen korunmaktadır. Değişiklik yanlızca LT sistemi içinde yer alan sembollerin kullanılmasıdır.

Pratik değeri olmasa da, (Kullanılan sembollerin azlığı dolayısıyla ekonomik değeri yüksek) tek bir önerme eklemi aracılığıyla yazılmış bir ifadeyi LT notasyonuna dönüştürmek mümkündür. Bilindi-

ği gibi, çeşitli önerme - eklemlerini 'bağdaşmazlık' (Sheffer's Stroke*) önerme - eklemi cinsinden tanımlamak mümkündür. (Aynı tanım bir de 'birlikte değilleme' adıyla bilinen eklem aracılığıyla yapılabilir). Böyle bir tanım için önce 'bağdaşmazlık' ekleminin doğruluk değerini yani :

p	q	p|q
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1

ya da

D	1	0
1	0	1
0	1	1

gözönde bulundurmak gerekir. Bu eklemin doğruluk değeri yardımıyla diğer eklemler şöyle tanımlanır :

$$\sim p = p|p$$
$$p \vee q = (p|p)|(q|q)$$
$$p \wedge q = (p|q)|(p|q)$$
$$p \rightarrow q = p|(q|q)$$

Bu durumda, mesela 'p∨q' ifadesi sonuçta :

DDppDqq

şeklini alır. Benzeri şekilde,

$$\sim p \wedge q$$

ifadesini önce 'bağdaşmazlık' cinsinden yazalım :

$$[(p|p)|q] \mid [(p|p)|q]$$

ifadesini elde ederiz. Bu ifadeyi LT notasyonuna çevirdiğimizde :

DDppqDDppq

elde edilir. Yine sözgelimi,

$$\sim (p \vee q)$$

ifadesini;

$$[(p|p)|(q|q)] \mid [(p|p)|(q|q]$$

şeklinde yazdıktan sonra,

---

* Bu operatör 'Sheffer' adıyla tanınırsa da daha önce C.S. Peirce tarafından keşfedildiği bilinmektedir. (Bkz. W-M. Kneale 1975, s. 423).

DDDppDqqDDppDqq

ifadesi elde edilir. Yapılan işlemleri biraz yakından izlemek amacıyla,

$(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$

ifadesini gözönüne alalım :

$p \wedge q$ ifadesi $(p|q)|(p|q)$ ile,

$p \vee q$ » ise, $(p|p)|(q|q)$ ile eşdeğerdi.

Bu iki ifadeyi 'içerme' eklemiyle bağlarsak,

$[(p|q)|(p|q)] \rightarrow [(p|p)|(q|q)]$

elde edilir. Şimdi de 'içerme' eklemini 'bağdaşmazlık' eklemi cinsinden yazarsak :

$[(p|q)|(p|q)]| \left\{ [(p|p)|(q|q)]|[(p|p)|(q|q)] \right\}$

ifadesini elde ederiz. Bu ifadeyi LT notasyonuna çevirirsek :

DDDpqDpqDDDppDqqDDppDqq

böylece, içinde üç ayrı önerme eklemi geçen (eklemlerin sayısı üç den fazla da olabilirdi) bir ifadeyi tek önerme - eklemi cinsinden ve LT notasyonuna göre yazmış oluruz.

LT notasyonu, çeşitli mantık ispatlarında da uygulanabilir. Sözgelimi, Kalish - Montague' veya 'ağaç Metodu' gibi yöntemlerle yapılan ispatlar LT notasyonuna çevrilerek de yapılabilir. Ancak bu uygulama, alışılagelmiş sembolizmin tamamen dışında kalan özellikleri ve daha fazla dikkat istemesi yüzünden güçlükleri de beraberinde getirmektedir. Fakat buna karşılık ekonomik olması bakımından kesin bir üstünlüğü vardır.

Referanslar

Nidditch, P.H. (1960), Elementary Logic of Science and Mathematics, University Tutorial Press Ltd., London

Prior, A.N. (1962), Formal Logic, Oxford, Clarendon Press.

Kneale, W, Kneale, M. (1975), The Development of Logic, Oxford.